



**Zadania na XVIII Podkarpacki Konkurs Matematyczny
im. Franciszka Lejona
Poziom II**

(klasy drugie liceum i trzecie technikum)

Finał

12 maja 2018 r. godzina 10.00

(150 minut)

- Liczby rzeczywiste a , b , c spełniają warunek
$$a^4 + b^2 + c^2 = 12a^3 - 58a^2 + 108a + 4ab + 14c - 130.$$
Wykaż, że $a^6 + b^4 - c = 2018$.
- Wykaż, że jeżeli a , b , c są długościami boków trójkąta, to
$$\sqrt{a + b - c} + \sqrt{a + c - b} + \sqrt{b + c - a} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}.$$
- Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^5 - mx - 1 = 0$ ma co najmniej dwa pierwiastki z których dwa są pierwiastkami równania $x^2 - ax + b = 0$ o współczynnikach całkowitych.
- W trójkącie ABC poprowadzono środkową CS . Następnie poprowadzono prostą symetryczną do tej środkowej względem dwusiecznej kąta ACB . Prosta ta przecięła bok AB w punkcie M .
Wykaż, że $\frac{|AM|}{|MB|} = \left(\frac{|AC|}{|BC|}\right)^2$.
- Wykaż, że dla dowolnej liczby całkowitej k liczba
$$64k^3 + 48k^2 + 8k + 4$$
nie jest podzielna przez 6.

Powodzenia!